



V形板架截断模型动力边界特性研究

汤冬 冉茂辉 李晔 王皓 熊伟鹏

Dynamic boundary characteristics for truncated model of V-shaped orthogonally stiffened plates

TANG Dong, RAN Maohui, LI Ye, WANG Hao, XIONG Weipeng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03846>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

正交加筋板中板梁耦合动力特性

Dynamic coupling characteristics of the beam and plate components of the orthogonally stiffened plate

中国舰船研究. 2023, 18(4): 265-275 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02839>

加筋板固有频率与相对刚度对其非线性动力响应的影响

Impacts of natural frequency and relative stiffness of stiffened plate on nonlinear dynamic response

中国舰船研究. 2023, 18(1): 223-230 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02515>

非正交加筋对加筋板动刚度的强化作用与均化效应

Reinforcement and homogenization of non-orthogonality stiffening on dynamic stiffness of stiffened plates

中国舰船研究. 2024, 19(5): 148-157 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.03402>

正交加筋板本征动力特性的尺度效应研究

Size effect on the intrinsic dynamic characteristics of the orthogonally stiffened plate

中国舰船研究. 2023, 18(1): 213-222 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02601>

舰船加筋板结构的圆孔形穿甲损伤识别方法

Recognition method for stiffened plate structures of ship with round hole shaped armor piercing damage

中国舰船研究. 2020, 15(2): 88-94 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.01749>

大侧斜螺旋桨参数对振动模态影响规律研究

Study on influence laws of high-skew propeller parameters on blade vibration modes

中国舰船研究. 2023, 18(5): 207-215 <https://doi.org/10.19693/j.issn.1673-3185.02795>



扫码关注微信公众号, 获得更多资讯信息

本文网址: <http://www.ship-research.com/cn/article/doi/10.19693/j.issn.1673-3185.03846>

期刊网址: www.ship-research.com

引用格式: 汤冬, 冉茂辉, 李晔, 等. V形板架截断模型动力边界特性研究[J]. 中国舰船研究, 2024, 20(X): 1-12.

TANG D, RAN M H, LI Y, et al. Dynamic boundary characteristics for truncated model of V-shaped orthogonally stiffened plates[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2024, 20(X): 1-12 (in Chinese).

V形板架截断模型动力边界特性研究



扫码阅读全文

汤冬*, 冉茂辉, 李晔, 王皓, 熊伟鹏

河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏南京 210024

摘要: [目的] 旨在研究截断模型与原模型动力边界等效问题, 为开展船舶与海洋结构物动力特性研究打下基础。 [方法] 采用有限元方法计算自由边界下V形板模型和一条边弹性支撑, 另外三边自由边界下孤立板模型的固有频率与振型, 将V形连接板模型固有频率及振型与孤立板模型进行对比, 探究了板架截断模型动力边界等效规律。 [结果] 研究表明: 随着附板厚度增加, V形连接板第 (m, n) 阶主板模态在沿附板耦合边方向的半波数 m 不变, 垂直于附板耦合边方向的半波数 n 增加; 随着附板长度增加, V形连接板第 (m, n) 阶主板模态在沿附板耦合边方向的半波数 m 不变, 垂直于附板耦合边方向的半波数 n 减小; 当V形板主板与附板耦合角度 α 介于 40° 与 90° 时, V形板附板相当于给主板提供了一个固支边界条件。 [结论] 提出一个快速预报V形板部分模态固有频率的方法, 对设计和评估船舶与海洋工程局部板架结构动力性能具有重要意义。

关键词: V形板; 耦合角度; 模态转换; 固有频率; 快速预报方法

中图分类号: U663.2; TU311.3; O342

文献标志码: A

DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.03846

Dynamic boundary characteristics for truncated model of V-shaped orthogonally stiffened plates

TANG Dong*, RAN Maohui, LI Ye, WANG Hao, XIONG Weipeng

College of Harbour, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing, 210024, China

Abstract: [Objectives] To study the dynamic characteristics of local structures in naval architecture and ocean engineering, the dynamic boundary equivalence method between truncated model and original model should be explored. [Methods] The finite element method is used to calculate the natural frequency and vibration mode of the V-shaped plate model and one-side elastic support under the free boundary. In addition, the natural frequency and vibration mode of the isolated plate model under the three-side free boundary are compared with the isolated plate model, and the equivalent law of the dynamic boundary of the truncated plate model is explored. [Results] The research shows that with the increase of the thickness of the attached plate, the half wave number m of the (m, n) order of V-shaped plates mode is constant along the coupled edge direction, and the half wave number n perpendicular to the coupled edge direction increases; With the increase of the length of the attached plate, the half wave number m of the (m, n) order of V-shaped plates mode is constant along the coupled edge direction, and the half wave number n perpendicular to the coupled edge direction of the attached plate decreases. When the coupling angle α between the main plate and the attached plate is between 40° and 90° , the attached plate of the V-shaped plate is equivalent to providing a fixed support boundary condition for the main plate. [Conclusions] A fast prediction method for the natural frequency corresponding to the partial modes of the V-shaped plate is proposed.

Key words: V-shaped coupling plate; coupling angle; mode transition; natural frequency; rapid prediction technique

收稿日期: 2024-03-26 修回日期: 2024-05-21 网络首发时间: 20xx-xx-xx xx:xx

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52001113), 江苏省自然科学基金青年基金资助项目 (BK20190485)。

作者简介: 汤冬, 男, 1991年生, 博士, 副教授。研究方向: 船舶与海洋工程结构动力学。E-mail: tangdong@hhu.edu.cn

*通信作者: 汤冬

本文采用有限元法计算 V 形连接板固有频率与振型,有限元模型的网格尺寸会对计算结果准确性产生影响。一般而言,计算精度会随着网格减小而提高,但随之而来的是计算成本和计算时间的增加。在开展 V 形连接板动力特性分析前,需要确定合适的网格尺寸,在保证计算结果准确性的前提下有效降低计算成本、提高计算效率。

本文采用有限元软件 ABAQUS 计算如图 1 所示 V 形连接板模型在自由边界条件下的固有频率和振型,模型采用钢质材料,其材料属性与几何参数见表 1。有限元模型的板采用四节点减缩积分单元 (S4R),加强筋采用线性梁单元 (B31)。主板沿宽度 L_y 方向和长度 L_x 方向上的模态数分别用 m 和 n 来表示,不同网格尺寸计算得到的主板 (m, n) 阶模态固有频率及相邻网格尺寸下固有频率的最大差值(相邻网格尺寸同阶固有频率相差百分比的最大值)如表 2 所示。

表 1 V 形连接板数值模型材料属性和几何参数

Table 1 Material properties and geometric parameters of V-shaped plate

| 参数 | 数值 |
|---|----------------------|
| 弹性模量 E/Pa | 2.1×10^{11} |
| 密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 7 800 |
| 泊松比 ν | 0.3 |
| 主板厚度 h/m | 0.01 |
| 主板长度 L_x/m | 1.00 |
| 主板宽度 L_y/m | 1.00 |
| 附板厚度 h_f/m | 0.01 |
| 附板长度 L_f/m | 0.70 |
| 加强筋高度 H/m | 0.02 |
| 加强筋宽度 B/m | 0.01 |
| V 形板夹角的补角 $\alpha/(\circ)$ | 60 |

表 2 不同网格尺寸下 V 形连接板的固有频率及其最大差值

Table 2 Natural frequencies and their maximum differences of V-shaped connecting plates under different grid sizes

| 网格属性 | | 不同阶数 (m, n) 的固有频率 | | | | 最大差值/% |
|-------|---------|-----------------------|--------|--------|----------|--------|
| 尺寸/m | 网格数量 | (1, 1) | (2, 2) | (3, 3) | (4, 4) | |
| 0.010 | 17 924 | 127.07 | 341.98 | 625.64 | 1 042.46 | — |
| 0.009 | 22 516 | 127.04 | 341.89 | 625.36 | 1 041.82 | 0.061 |
| 0.008 | 28 360 | 127.02 | 341.81 | 625.14 | 1 041.31 | 0.049 |
| 0.007 | 36 427 | 127.00 | 341.73 | 624.94 | 1 040.83 | 0.046 |
| 0.006 | 49 933 | 126.98 | 341.66 | 624.74 | 1 040.42 | 0.041 |
| 0.005 | 71 422 | 126.95 | 341.59 | 624.57 | 1 040.03 | 0.036 |
| 0.004 | 110 299 | 126.94 | 341.54 | 624.43 | 1 039.71 | 0.032 |
| 0.003 | 197 003 | 126.93 | 341.50 | 624.32 | 1 039.51 | 0.019 |
| 0.002 | 433 856 | 126.92 | 341.47 | 624.27 | 1 039.34 | 0.019 |

由表 2 发现,当网格尺寸为 0.005 m 时, V 形连接板固有频率已经收敛,此时网格数量为 71 422,最大差值为 0.036%,计算精度高,计算量适中,故本文有限元模型的网格尺寸选择为 0.005 m。

为了验证建模方法的正确性和网格尺寸的合理性,建立文献 [5] 中的 V 形板模型进行计算,其中网格尺寸采用网格收敛性研究结果,即网格尺寸取为 0.005 m。文献 [5] 中 $L_x=0.4$ m, $L_y=0.4$ m, 板厚 $h=0.003$ m, 材料弹性模量 $E=206$ GPa, 泊松比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=7 850$ kg/m^3 , $\alpha=30^\circ$ 。计算结果如表 3 所示。

从表 3 可以看出,与文献 [5] 的固有频率结果相比, V 形板的前 5 阶固有频率误差小于 0.3%,由此说明本文所构建的 V 形板模型以及所选用的网格尺寸是合理的。

表 3 本文结果与文献 [5] 结果对比

Table 3 Comparison between the results of this article and those of Reference [5]

| 模态阶数 | 文献[5]固有频率/Hz | 本文固有频率/Hz | 误差/% |
|------|--------------|-----------|------|
| 1 | 24.24 | 24.29 | 0.21 |
| 2 | 30.88 | 30.84 | 0.13 |
| 3 | 61.25 | 61.07 | 0.29 |
| 4 | 69.25 | 69.26 | 0.01 |
| 5 | 117.46 | 117.27 | 0.16 |

2 耦合角度对 V 形连接板本征动力特性的影响

2.1 V 形连接板耦合角度选取范围

V 形连接板几何模型如图 1 所示,数值模型

采用的除角度 α 外的所有材料参数与几何参数见表 1。由于结构中常见板与板夹角为钝角, 本文采用 α 作为分析参数, 分别针对 α 为 $0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ, 18^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 90^\circ$ 的 V 形连接板模型计算其固有频率与振型。

2.2 耦合角度对 V 形连接板本征动力特性的影响分析

在分析夹角对 V 形连接板本征动力特性的

影响时, 选取主板 (m, n) 阶模态为研究对象, 考察其在不同夹角时的固有频率, 其中 m, n 分别为 L_y 和长 L_x 方向的模态数。不同角度 α 下 V 形连接板主板 (m, n) 阶模态固有频率及其随 α 的变化率 κ_1 见表 4。V 形连接板固有频率随 α 的变化规律如图 2 所示, 变化率 κ_1 为相邻角度固有频率变化量绝对值与角度变化量绝对值的比值。

由图 2 可见, V 形连接板 (m, n) 阶固有频率随 α 增加呈现出 2 个阶段的变化规律, 第 1 个阶

表 4 不同耦合角度 α 下 V 形连接板主板第 (m, n) 阶模态固有频率 f 及其变化率 κ_1

Table 4 The (m, n) -order natural frequencies f and their variation rate κ_1 of V-shaped plates under different coupling angles α

| $\alpha/^\circ$ | (1, 1) | | (1, 2) | | (2, 1) | | (2, 2) | | (3, 3) | | (4, 4) | |
|-----------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|
| | f/Hz | κ_1 | f/Hz | κ_1 | f/Hz | κ_1 | f/Hz | κ_1 | f/Hz | κ_1 | f/Hz | κ_1 |
| 0 | 97.09 | — | 198.63 | — | 196.69 | — | 307.53 | — | 531.24 | — | 934.07 | — |
| 3 | 109.20 | 4.04 | 200.55 | 0.64 | 205.07 | 2.79 | 309.49 | 0.65 | 536.77 | 1.84 | 944.82 | 3.58 |
| 6 | 119.96 | 3.59 | 207.28 | 2.24 | 218.48 | 4.47 | 315.73 | 2.08 | 554.57 | 5.93 | 954.14 | 3.11 |
| 9 | 123.94 | 1.33 | 216.73 | 3.15 | 224.28 | 1.93 | 323.97 | 2.75 | 580.85 | 8.76 | 973.66 | 6.51 |
| 12 | 125.36 | 0.47 | 223.26 | 2.18 | 226.45 | 0.72 | 329.93 | 1.99 | 608.80 | 9.32 | 996.29 | 7.54 |
| 15 | 125.99 | 0.21 | 226.85 | 1.20 | 227.43 | 0.33 | 333.37 | 1.15 | 621.25 | 4.15 | 1 013.80 | 5.84 |
| 18 | 126.33 | 0.11 | 228.89 | 0.68 | 227.94 | 0.17 | 335.35 | 0.66 | 623.38 | 0.71 | 1 024.10 | 3.43 |
| 20 | 126.47 | 0.07 | 229.77 | 0.44 | 228.15 | 0.11 | 336.20 | 0.42 | 624.09 | 0.36 | 1 028.00 | 1.95 |
| 30 | 126.78 | 0.03 | 231.86 | 0.21 | 228.63 | 0.05 | 337.92 | 0.17 | 622.84 | 0.13 | 1 036.20 | 0.82 |
| 40 | 126.87 | 0.01 | 232.58 | 0.07 | 228.77 | 0.01 | 340.89 | 0.30 | 622.85 | 0 | 1 038.00 | 0.18 |
| 50 | 126.89 | 0 | 232.90 | 0.03 | 228.82 | 0 | 341.19 | 0.03 | 622.77 | 0.01 | 1 038.70 | 0.07 |
| 60 | 126.88 | 0 | 233.07 | 0.02 | 228.84 | 0 | 340.89 | 0.03 | 622.67 | 0.01 | 1 039.00 | 0.03 |
| 70 | 126.87 | 0 | 233.16 | 0.01 | 228.84 | 0 | 340.82 | 0.01 | 622.58 | 0.01 | 1 039.20 | 0.02 |
| 80 | 126.86 | 0 | 233.22 | 0.01 | 228.84 | 0 | 340.79 | 0 | 622.48 | 0.01 | 1 039.20 | 0 |
| 90 | 126.84 | 0 | 233.26 | 0 | 228.84 | 0 | 340.77 | 0 | 622.38 | 0.01 | 1 039.20 | 0 |

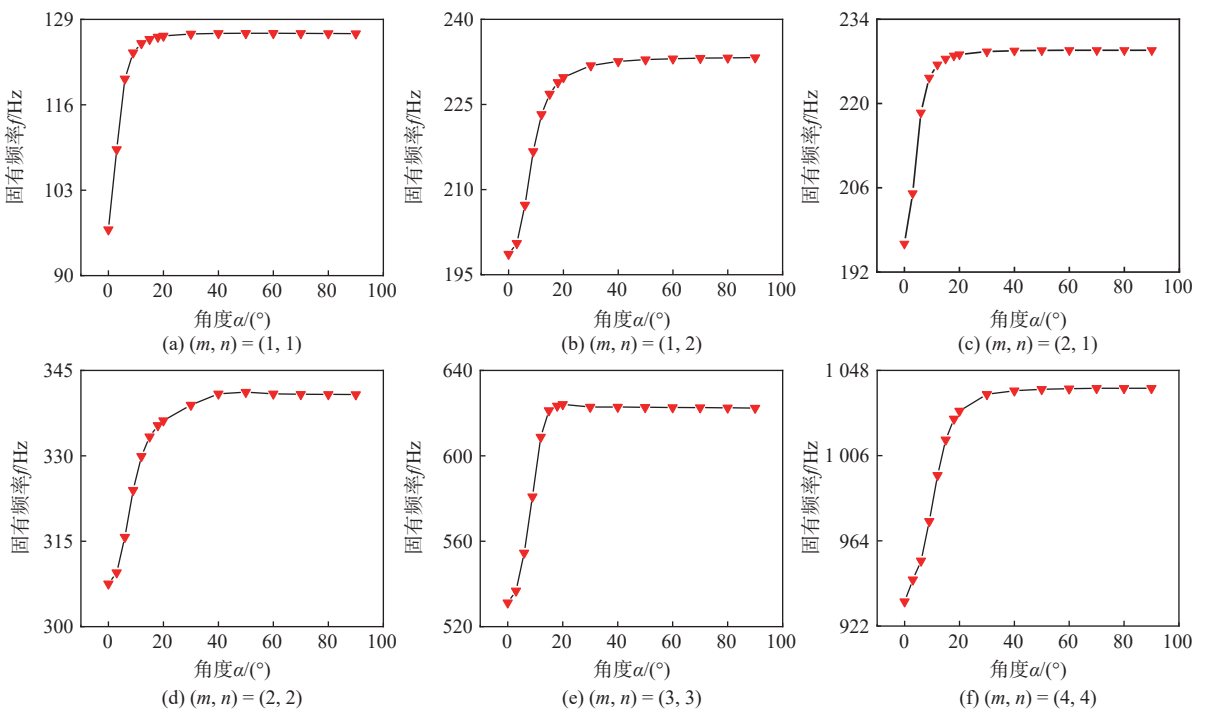


图 2 V 形连接板固有频率随耦合角度 α 的变化规律

Fig. 2 The variation of the natural frequency of the V-shaped connector plate with the coupling angle α

段是当 α 较小时固有频率急剧提升, 第 2 个阶段是当 α 增大到一定值以后, 固有频率变化较小。若以 V 形连接板各阶固有频率的变化率 $\kappa_1 \leq 0.3$ 为判定其固有频率基本保持稳定的依据, 则通过表 4 可以看出角度 α 在 $0^\circ \sim 40^\circ$ 范围内时固有频率急剧提升, 角度 α 在 $40^\circ \sim 90^\circ$ 范围内时固有频率变化较小。这是由于 V 形连接板是由 2 块板耦合而成, 当 $\alpha=0^\circ$ 时, 2 块平板在耦合位置处的法向支撑度最小, 随着 α 从 0° 逐渐增加, 2 块平板耦合位置处法向上的支撑度逐渐提升, 相当于逐渐加固 2 块板的耦合位置, 提升了 V 形连接板的固有频率。当 α 达到一定值后, 2 块板耦合位置处法向上的支撑度趋于稳定, 因此固有频率不随 α 的改变而大幅变化。

3 附板厚度对 V 形连接板本征动力特性的影响

3.1 V 形连接板附板厚度选取范围

分析附板厚度对 V 形连接板固有频率与振

型的影响。在船舶与海洋工程结构中, 不同位置所使用的钢板厚度不同, 考虑到实际工程中船舶与海洋工程结构钢板厚度的使用情况, 本文在数值计算过程中附板厚度 h_1 分别选取 3, 4, 5, ..., 24, 25 mm, 其余材料属性与几何参数见表 1, 计算 V 形连接板的固有频率与振型。

3.2 附板厚度对 V 形连接板本征动力特性的影响分析

在分析附板厚度对 V 形连接板本征动力特性的影响时, 同样选取主板上 (m, n) 阶模态为研究对象。主板上 (m, n) 阶固有频率及其随附板厚度的变化率 κ_2 见表 5, 固有频率随附板厚度的变化规律如图 3 所示。 $(m, n)=(3, n)$ 时主板上振型随附板厚度变化的振型如图 4 所示。表 5 中变化率 κ_2 为相邻附板厚度固有频率变化量绝对值与附板厚度变化量绝对值的比值。

针对平板模型固有频率与模态的研究比较充分和成熟。根据经典薄板理论, 四边简支矩形薄板固有频率与尺寸和模态数之间的关系可以表示为^[18]:

表 5 不同附板厚度下 V 形连接板主板第 (m, n) 阶模态固有频率 f 及其变化率 κ_2

Table 5 The (m, n) -order natural frequencies f and their variation rate κ_2 of V-shaped plates under different thickness of the attached plate

| 附板厚度 h_1/mm | (1, n) | | (2, n) | | (3, n) | | (4, n) | |
|----------------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|
| | f/Hz | κ_2 | f/Hz | κ_2 | f/Hz | κ_2 | f/Hz | κ_2 |
| 3 | 72.53 | — | 211.34 | — | 472.06 | — | 1 025.90 | — |
| 4 | 96.07 | 23.54 | 225.06 | 13.72 | 473.39 | 1.33 | 1 026.90 | 1.00 |
| 5 | 117.06 | 20.99 | 249.87 | 24.81 | 473.84 | 0.45 | 1 031.00 | 4.10 |
| 6 | 122.52 | 5.46 | 295.97 | 46.10 | 514.40 | 40.56 | 1 033.10 | 2.10 |
| 7 | 124.39 | 1.87 | 328.89 | 32.92 | 592.86 | 78.46 | 1 033.20 | 0 |
| 8 | 126.30 | 1.91 | 334.77 | 5.88 | 626.96 | 34.10 | 1 055.00 | 21.90 |
| 9 | 128.84 | 2.54 | 338.86 | 4.09 | 633.21 | 6.25 | 1 159.70 | 104.70 |
| 10 | 134.02 | 5.18 | 347.35 | 8.49 | 640.51 | 7.30 | 1 260.30 | 100.60 |
| 11 | 143.25 | 9.23 | 370.72 | 23.37 | 701.86 | 61.35 | 1 280.90 | 20.60 |
| 12 | 153.86 | 10.61 | 399.81 | 29.09 | 758.24 | 56.38 | 1 289.70 | 8.80 |
| 13 | 164.78 | 10.92 | 429.36 | 29.55 | 812.71 | 54.47 | 1 333.10 | 43.40 |
| 14 | 175.77 | 10.99 | 457.78 | 28.42 | 842.75 | 30.04 | 1 423.90 | 90.80 |
| 15 | 186.76 | 10.99 | 479.71 | 21.93 | 850.94 | 8.19 | 1 514.70 | 90.80 |
| 16 | 197.67 | 10.91 | 487.62 | 7.91 | 852.42 | 1.48 | 1 582.70 | 68.00 |
| 17 | 208.41 | 10.74 | 490.35 | 2.73 | 856.33 | 3.91 | 1 598.00 | 15.30 |
| 18 | 218.75 | 10.34 | 492.12 | 1.77 | 864.79 | 8.46 | 1 601.60 | 3.60 |
| 19 | 227.97 | 9.22 | 492.30 | 0.18 | 896.43 | 31.64 | 1 604.90 | 3.30 |
| 20 | 234.44 | 6.47 | 493.55 | 1.25 | 938.28 | 41.85 | 1 620.20 | 15.30 |
| 21 | 237.64 | 3.20 | 494.64 | 1.09 | 981.06 | 42.78 | 1 684.20 | 64.00 |
| 22 | 239.20 | 1.56 | 496.71 | 2.07 | 1 023.40 | 42.34 | 1 755.70 | 71.50 |
| 23 | 240.13 | 0.93 | 506.25 | 9.54 | 1 065.70 | 42.30 | 1 827.10 | 71.40 |
| 24 | 240.76 | 0.63 | 526.59 | 20.34 | 1 117.10 | 51.40 | 1 894.20 | 67.10 |
| 25 | 241.23 | 0.47 | 545.88 | 19.29 | 1 157.60 | 40.50 | 1 913.00 | 18.80 |

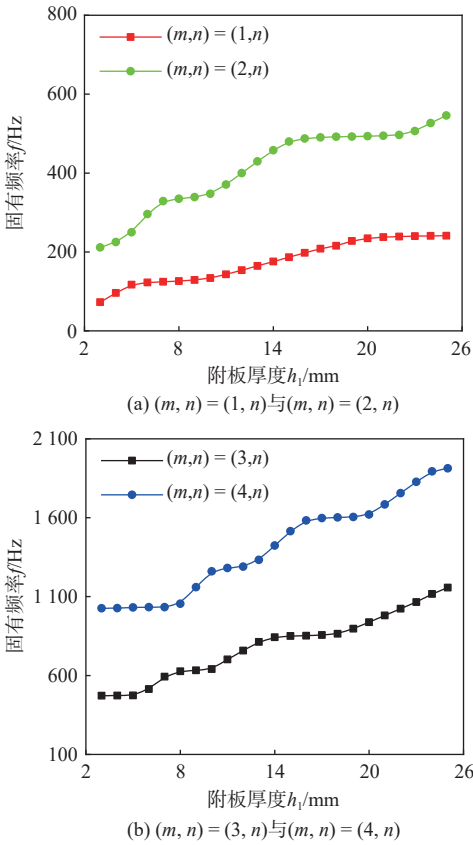


图3 V形连接板固有频率随附板厚度的变化规律

Fig. 3 The variation law of natural frequency of V-shaped connecting plate with the thickness of the attached plate

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D'}{\rho' h'}} \left[\left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_x} \right)^2 \right] \quad (1)$$

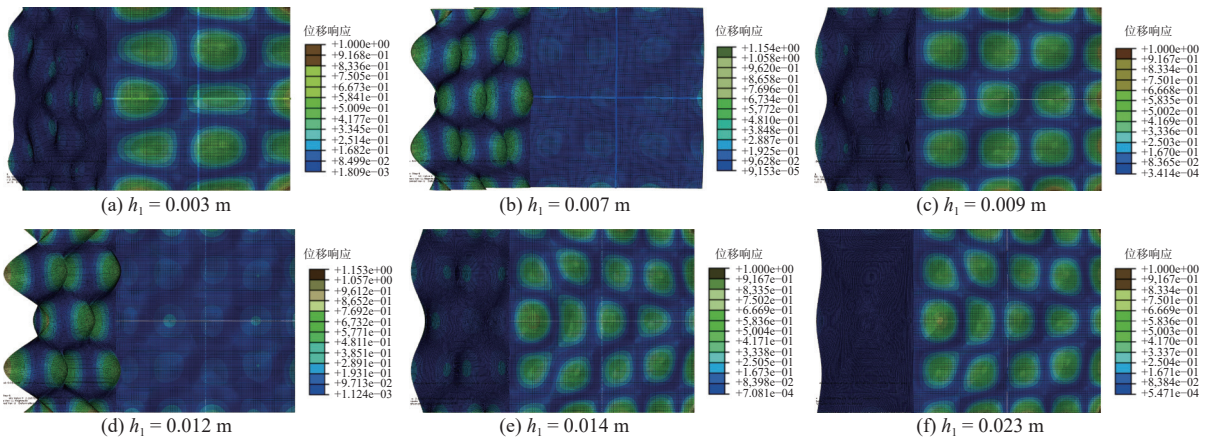
式中: $D' = Eh^3/[12(1-\nu_2)]$, 为薄板的弯曲刚度; h' 为薄板厚度。由式(1)可知, 四边简支矩形薄板的固有频率 f_{mn} 与 h' 成正比。

由于V形连接板仅附板厚度 h_1 发生了变化而主板厚度保持不变, 且V形连接板边界条件为各边自由, 因此, 无论是主板还是附板, 其固有频率与板厚不再严格成正比, 但从图3可以看出V形连接板的固有频率依然随着 h_1 的增

加而提高。

由图3可以看出, V形连接板各阶固有频率随着附板厚度 h_1 的增加呈阶梯式提高, 附板厚度在某些区间内固有频率的变化率较大, 呈非线性变化规律, 而在另一些区间内固有频率的变化率较小, 大体上呈线性变化规律。如图4所示, 附板厚度变化下V形连接板 $(m, n) = (3, n)$ 阶振型图表明随着 h_1 增加, 主板 L_y 方向上的模态数 m 保持不变, 而 L_x 方向模态数 n 逐渐从2增加到4。对比图3与图4可见, V形连接板固有频率变化率较大的区间与V形连接板模态转化区间一致, 即模态转化的同时, 固有频率发生较大变化。 $(m, n) = (1, n)$, $(m, n) = (2, n)$, $(m, n) = (4, n)$ 时具有相似的变化规律, 上述现象也可用式(1)来解释。

由式(1)可知, 在平板材料属性、几何尺寸以及 L_x 和 L_y 方向上的模态数保持不变的情况下, 四边简支矩形薄板的固有频率与板厚 h 成正比。而当平板材料属性、几何尺寸以及 L_y 方向上的模态数 m 保持不变, L_x 方向上的模态数 n 增加时, 四边简支矩形薄板的固有频率随厚度的增加而线性增大, 随 L_x 方向上的模态数 n 的增加而非线性增大, 由于附板厚度的数量级远比模态数 n 的数量级小, 因此, 当V形连接板主板上模态数 n 增加时, 固有频率相较于模态未发生转变时变化更加显著。因此, V形连接板固有频率随附板厚度 h_1 增加呈线性增大与非线性增大交替出现的阶梯式增大现象。考虑到V形连接板耦合特征以及边界条件的影响, 虽然固有频率不再与 n^2 严格成正比, 但模态数 n 增加时, 依然会导致固有频率显著提高。由图3与表5还可以看出V形连接板模态发生转变的过程中, 固有频率与附板厚度的关系近似正比例关系。例如从 $(m, n) = (1, 1)$ 转变为 $(m, n) = (1, 2)$ 的过程中, 变化率保持在10.99左右。

图4 不同附板厚度下 $(m, n) = (3, n)$ 时V形连接板典型振型Fig. 4 Typical mode shapes of V-shaped connecting plate at $(m, n) = (3, n)$ under different thicknesses of the attached plate

4 附板长度对 V 形连接板本征动力特性的影响

4.1 V 形连接板附板长度选取范围

分析附板长度对 V 形连接板固有频率与振型的影响,除了附板长度外,其余材料参数与几何参数见表 1。V 形连接板由附板与主板两部分组成,在板厚相差不大的情况下,附板长度对 V 形连接板的动力特性具有重要影响。为了研究主板与附板耦合程度较高情况下附板长度对 V 形连接板固有频率与振型的影响,以附板长度为主板长度的 35% 和 150% 为界限,附板长度 L 分别取 0.35, 0.40, 0.45, ..., 1.40, 1.50 m, 以此计算 V 形连接板的固有频率与振型。

4.2 附板长度对 V 形连接板本征动力特性的影响分析

与分析附板厚度对 V 形连接板本征动力特

性的影响时相似,在分析附板长度对 V 形连接板本征动力特性的影响时也选取主板第 (m, n) 阶模态为研究对象。主板上 (m, n) 阶固有频率及其随附板长度的变化率 κ_3 见表 6。固有频率随附板长度的变化规律如图 5 所示。主板第 $(m, n)=(4, n)$ 阶振型随附板长度的变化规律如图 6 所示。变化率 κ_3 为相邻附板长度固有频率变化量绝对值与附板长度变化量绝对值的比值。

由式 (1) 可知,平板模型第 (m, n) 阶固有频率 f_{mn} 与 L_x^2 成反比,与 n^2 成正比。对于平板模型,固有频率随着长度 L_x 的增大而降低,随着模态数 n 减小而降低。由于 V 形连接板仅附板长度发生了变化而主板长度保持不变,且 V 形连接板边界条件为各边自由,因此,无论是主板还是附板,固有频率 f_{mn} 虽然不再严格与 L_x^2 成反比,但从图 5 中依然可以看出 (m, n) 阶固有频率仍然会随着长度的增加而降低。

通过图 6 发现,随着附板长度 L 增加,主板 L_y 方向模态数 m 保持不变,而 L_x 方向模态数 n 随

表 6 不同附板长度下 V 形连接板主板第 (m, n) 阶 f 模态固有频率及其变化率 κ_3

Table 6 The (m, n) -order natural frequencies f and their variation rate κ_3 of V-shaped plates under different length of the attached plate

| 附板长度 L/cm | (1, n) | | (2, n) | | (3, n) | | (4, n) | |
|-------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| | f/Hz | κ_3 | f/Hz | κ_3 | f/Hz | κ_3 | f/Hz | κ_3 |
| 35 | 355.06 | — | 478.88 | — | 852.35 | — | 1 279.90 | — |
| 40 | 346.92 | 3.39 | 471.52 | 1.47 | 842.12 | 2.05 | 1 275.40 | 0.90 |
| 45 | 321.99 | 4.88 | 442.05 | 6.63 | 842.20 | 0.03 | 1 250.40 | 5.70 |
| 48 | 299.95 | 7.35 | 415.87 | 8.73 | 834.58 | 2.54 | 1 182.00 | 22.80 |
| 50 | 288.24 | 5.85 | 401.63 | 7.12 | 834.72 | 0.07 | 1 148.40 | 16.80 |
| 53 | 270.02 | 6.07 | 379.64 | 7.33 | 825.28 | 3.15 | 1 086.99 | 20.47 |
| 55 | 261.00 | 4.51 | 369.01 | 5.31 | 818.10 | 3.59 | 1 065.40 | 10.79 |
| 57 | 251.95 | 4.53 | 357.97 | 5.52 | 788.94 | 4.96 | 1 051.20 | 7.10 |
| 60 | 243.83 | 2.71 | 348.87 | 3.03 | 759.79 | 16.13 | 1 044.00 | 2.40 |
| 65 | 236.46 | 1.47 | 341.87 | 1.40 | 700.41 | 11.88 | 1 041.60 | 0.48 |
| 70 | 233.37 | 0.62 | 341.47 | 0.08 | 655.79 | 8.92 | 1 039.70 | 0.38 |
| 75 | 231.58 | 0.36 | 339.30 | 0.43 | 602.42 | 10.67 | 1 032.70 | 1.40 |
| 80 | 230.21 | 0.27 | 338.23 | 0.21 | 573.75 | 5.73 | 1 001.40 | 6.26 |
| 85 | 228.82 | 0.28 | 337.22 | 0.20 | 546.49 | 5.45 | 950.57 | 10.17 |
| 90 | 227.04 | 0.36 | 335.86 | 0.27 | 523.45 | 4.61 | 909.66 | 8.18 |
| 95 | 224.16 | 0.58 | 333.34 | 0.50 | 503.86 | 3.92 | 873.08 | 7.32 |
| 100 | 218.81 | 1.07 | 327.42 | 1.18 | 489.20 | 2.93 | 850.25 | 4.57 |
| 110 | 200.82 | 1.80 | 305.80 | 2.16 | 480.52 | 0.87 | 777.60 | 7.26 |
| 120 | 182.54 | 1.83 | 284.76 | 2.10 | 479.50 | 0.10 | 735.27 | 4.23 |
| 130 | 167.10 | 1.54 | 267.53 | 1.72 | 477.33 | 0.22 | 703.74 | 3.15 |
| 140 | 154.45 | 1.27 | 252.66 | 1.49 | 474.56 | 0.28 | 689.48 | 1.43 |
| 150 | 144.32 | 1.01 | 243.05 | 0.96 | 459.50 | 1.51 | 682.11 | 0.74 |

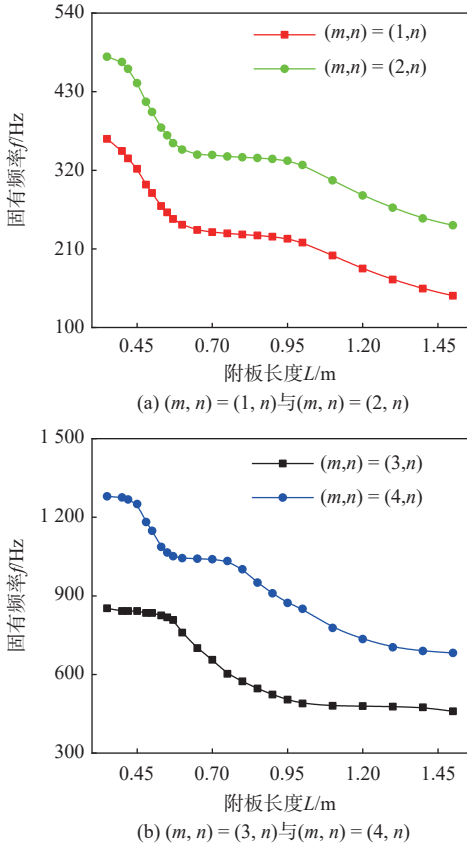


图5 V形连接板固有频率随附板长度的变化规律

Fig. 5 The natural frequency of the V-shaped plate varies with the length of the attached plate

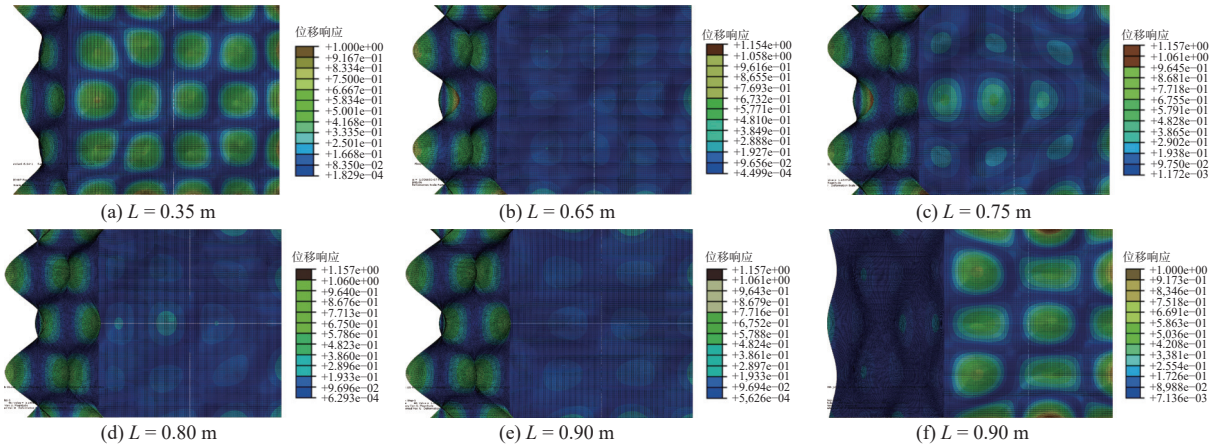


图6 不同附板长度下 $(m,n)=(3,n)$ 时 V形连接板典型振型

Fig. 6 Typical mode shapes of V-shaped connecting plate at $(m,n)=(3,n)$ under different length of the attached plate

性和几何参数与 V 形连接板中主板参数相同。其中孤立板的弹性支撑边用弹簧模拟,使孤立板一条边的每一个节点都与相同刚度的弹簧相连接,弹簧的另一端连接在地面,弹簧与节点的 6 个自由度耦合。表 7 列出了不同弹性支撑刚度下单位尺度孤立板固有频率及其变化率 κ_4 ,图 8 为单位尺度孤立板固有频率随支撑刚度的变化规律图,图中 k 为弹性支撑刚度, k_0 为单位刚度,其大小为 1 N/m。图 9 为孤立板第 $(m,n)=(1,n)$ 阶模态随弹性支撑刚度变化的振型图。

着附板长度的增加而逐渐减小, $(m,n)=(3,4)$ 阶振型逐渐转化为 $(m,n)=(3,2)$ 阶振型。结合图 5 和图 6 发现,在 $(m,n)=(3,n)$ 时,在部分模态转化现象发生的附板长度区间内固有频率快速降低,而在另一部分模态转化的附板区间内固有频率变化不明显。其他模态 $(m,n)=(1,n)$, $(m,n)=(2,n)$, $(m,n)=(4,n)$ 具有相似的变化规律。根据式 (1),固有频率在部分区间内快速降低的原因是模态数 n 减小。

5 V形连接板与孤立板动力相似研究

前面研究了 V 形连接板耦合角度、附板厚度与附板长度等几何参数对其动力特性的影响,计算结果表明 V 形连接板固有频率随附板厚度增加而阶梯式提高,这与一边弹性支撑,另外三边自由边界条件下正交加筋板动力特性随着弹性边支撑刚度的变化规律有一定的相似之处^[19]。为了探讨这两种相似变化规律之间的联系,开展 V 形连接板与孤立板动力相似性研究。

5.1 弹性支撑孤立板动力特性研究

如图 7 所示,以一边弹性支撑,另外三边自由的单位尺度孤立板模型为研究对象,计算其在不同弹性支撑刚度下的固有频率与振型,其材料属

由图 8 可知,单位尺度孤立板的各阶固有频率随着弹性支撑刚度的提高,从较低频率提高到

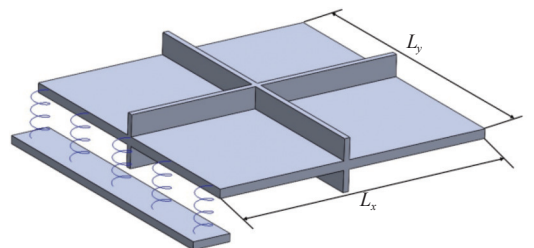


图7 孤立板模型示意图

Fig. 7 Schematic diagram of isolated plate model

表 7 不同弹性支撑刚度下单位尺度孤立板固有频率 f 及其变化率 κ_4

Table 7 The natural frequency f and their variation rate κ_4 of isolated plate under different elastic support stiffness

| $\lg(k/k_0)$ | (1, n) | | (2, n) | | (3, n) | | (4, n) | |
|--------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|
| | f/Hz | κ_4 | f/Hz | κ_4 | f/Hz | κ_4 | f/Hz | κ_4 |
| 0 | 155.61 | — | 383.27 | — | 688.23 | — | 1 121.40 | — |
| 1.000 0 | 155.96 | 0.35 | 383.63 | 0.36 | 688.57 | 0.34 | 1 121.70 | 0.30 |
| 2.000 0 | 159.14 | 3.18 | 386.99 | 3.36 | 691.89 | 3.32 | 1 125.10 | 3.40 |
| 2.397 9 | 163.72 | 11.51 | 391.96 | 12.49 | 696.99 | 12.82 | 1 130.30 | 13.07 |
| 2.699 0 | 169.85 | 20.36 | 398.93 | 23.15 | 704.48 | 24.88 | 1 137.90 | 25.24 |
| 3.000 0 | 179.82 | 33.12 | 409.74 | 35.91 | 716.78 | 40.86 | 1 150.40 | 41.53 |
| 3.310 3 | 192.33 | 40.32 | 424.62 | 47.95 | 734.32 | 56.53 | 1 168.70 | 58.98 |
| 3.602 1 | 205.91 | 46.54 | 441.86 | 59.08 | 758.97 | 84.48 | 1 191.90 | 79.51 |
| 3.778 2 | 212.98 | 40.15 | 451.43 | 54.34 | 772.96 | 79.44 | 1 206.30 | 81.77 |
| 4.000 0 | 220.12 | 32.19 | 461.47 | 45.27 | 788.71 | 71.01 | 1 223.20 | 76.19 |
| 4.397 9 | 228.12 | 20.11 | 472.92 | 28.78 | 813.25 | 61.67 | 1 244.90 | 54.54 |
| 4.699 0 | 231.59 | 11.52 | 477.57 | 15.44 | 820.02 | 22.48 | 1 254.30 | 31.22 |
| 5.000 0 | 234.90 | 11.00 | 480.53 | 9.83 | 825.05 | 16.71 | 1 260.00 | 18.94 |
| 5.397 9 | 236.51 | 4.05 | 483.73 | 8.04 | 829.22 | 10.48 | 1 265.20 | 13.07 |
| 6.000 0 | 240.75 | 7.04 | 489.33 | 9.30 | 841.05 | 19.65 | 1 274.90 | 16.11 |
| 7.000 0 | 243.70 | 2.95 | 495.82 | 6.49 | 861.34 | 20.29 | 1 295.30 | 20.40 |
| 8.000 0 | 244.12 | 0.42 | 497.01 | 1.19 | 865.96 | 4.62 | 1 302.30 | 7.00 |
| 9.000 0 | 244.17 | 0.05 | 497.14 | 0.13 | 866.51 | 0.55 | 1 303.10 | 0.80 |
| 10.000 0 | 244.18 | 0.01 | 497.15 | 0.01 | 866.58 | 0.07 | 1 303.20 | 0.10 |
| 11.000 0 | 244.18 | 0 | 497.16 | 0.01 | 866.59 | 0.01 | 1 303.20 | 0 |
| 12.000 0 | 244.18 | 0 | 497.16 | 0 | 866.59 | 0 | 1 303.20 | 0 |

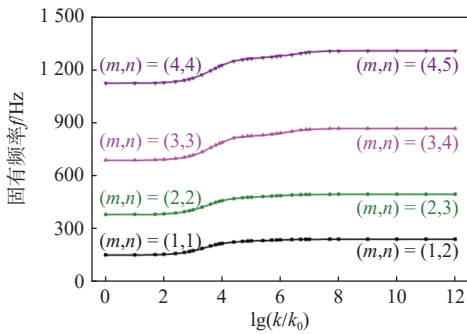


图 8 单位尺度孤立板固有频率随弹性支撑刚度变化规律

Fig. 8 The variation of the natural frequency of the unit scale isolated plate with the elastic support stiffness

较高频率。结合表 7 中 $(m, n)=(1, n)$ 时单位尺度孤立板固有频率与弹性支撑刚度的对应关系可以发现, 在 $\lg(k/k_0) < 2$ 时, 孤立板固有频率随弹性支撑刚度的变化较小, 变化率 κ_4 小于 4, 此时弹性支撑刚度非常小, 加筋板的弹性支撑边近似为自由边界条件。当 $2 \leq \lg(k/k_0) \leq 6$ 时, 孤立板固有频率随弹性支撑刚度增大而显著提高, 变化率 κ_4 大于 4, 此时孤立板一边为弹性支撑边界条件, 该刚度区间为本文所述孤立板模型的刚度敏感区间^[9]。

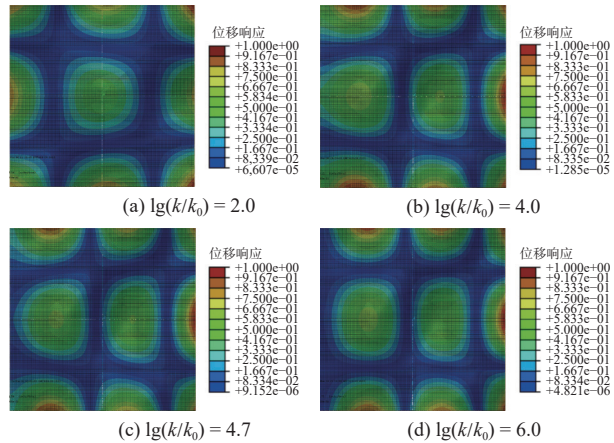


图 9 不同弹性支撑刚度下 $(m, n)=(1, n)$ 时单位尺度孤立板典型振型

Fig. 9 Typical mode shapes of isolated plate at $(m, n)=(1, n)$ under different elastic support stiffness

当 $\lg(k/k_0) > 6$ 时, 孤立板固有频率随弹性支撑刚度的变化也较小, 变化率 κ_4 小于 4, 此时弹性支撑刚度非常大, 孤立板的弹性支撑边近似为固支边界条件。 $(m, n)=(2, n), (m, n)=(3, n), (m, n)=(4, n)$ 等模态具有相似的变化规律。

从图9可以看出随着弹性支撑刚度的增大,孤立板的模态逐渐从 $(m, n)=(1, 1)$ 转变为 $(m, n)=(1, 2)$,并且结合图8发现敏感刚度区间正是模态发生转化的区间。

5.2 V形连接板与孤立板动力相似

前述分析得出的孤立板的固有频率和振型随弹性支撑刚度的变化规律,与V形连接板附板厚度参数研究得出的规律有相似之处,都是从一个频率提升到另一个频率,并且频率变化的同时模态发生转变。由V形连接板耦合角度的参数化分析发现: α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围时,V形连接板固有频率不随角度 α 的变化而显著变化(变化率不大于0.3),因此,当耦合角度 α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围时,若将附板看作主板的边界条件,则附板在这部分角度区间内为主板提供的边界条件是稳定的。

在附板厚度的参数化分析中,设置 $\alpha=60^\circ$,处于 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围。如图9所示,将从V形连接板附板厚度的参数化分析中得到的振型与孤立板动力特性研究中弹性支撑刚度 $k=1\ 013\ \text{N/m}$ (可以看作固支)时的振型进行对比。每个振型对应的固有频率见表8。V形连接板振型图的选取原则为振型在V形连接板附板厚度改变时保持稳定,即从图3中曲线较平缓的区间中选取。弹性支撑板振型图的选取则为寻找与V形连接板主板上振

表8 V形连接板固有频率与弹性支撑孤立板固有频率对比
Table 8 Comparison of natural frequency between V-shaped plate and elastic support isolated plate

| (m, n) 阶模态 | V形连接板固有频率/Hz | 弹性支撑矩形板固有频率/Hz | 相对变化/% |
|--------------|--------------|----------------|--------|
| (1, 1) | 128.84 | 133.45 | 3.45 |
| (1, 2) | 240.13 | 244.18 | 1.66 |
| (2, 2) | 338.86 | 349.21 | 2.96 |
| (2, 3) | 492.30 | 497.15 | 0.98 |
| (3, 3) | 633.21 | 649.39 | 2.49 |
| (3, 4) | 852.42 | 866.58 | 1.63 |
| (4, 4) | 1 033.10 | 1 066.80 | 3.26 |
| (4, 5) | 1 289.70 | 1 303.20 | 1.04 |

型图相似的振型。

图10为V形连接板振型与弹性支撑孤立板振型对比图,其中(a)~(d)和(i)~(l)小图为附板厚度参数化分析中V形连接板各阶振型图,(e)~(h)和(m)~(p)小图为弹性支撑孤立板在弹性支撑刚度 $k=1\ 013\ \text{N/m}$ 时的各阶振型图。如图10所示,V形连接板的振型皆能从孤立板弹性支撑刚度为 $k=10^{13}\ \text{N/m}$ 时找到对应的振型。由表8可知,V形连接板与孤立板在振型相似时,它们的固有频率接近(相对变化小于4%),但V形连接板的固有频率比弹性支撑孤立板的固有频率低,这是由于采用弹性支撑孤立板等效V形连接板附

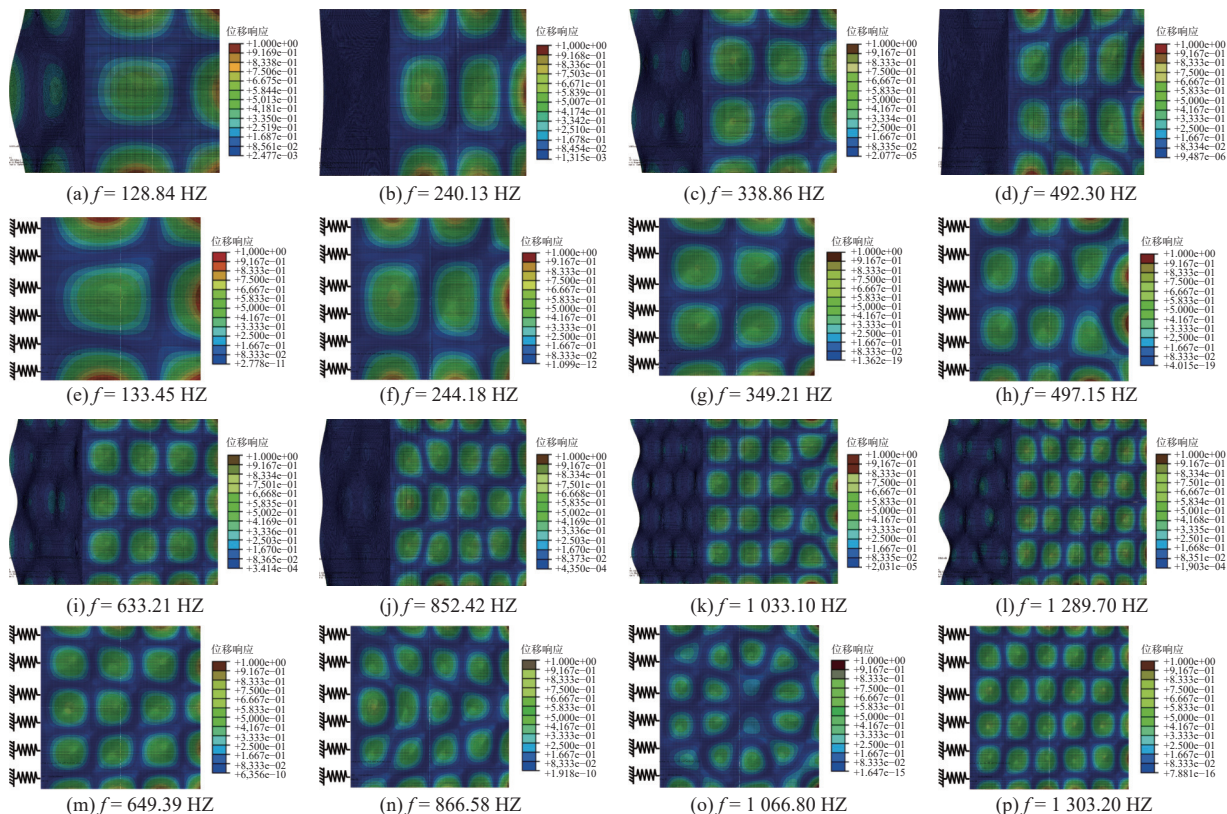


图10 V形连接板振型与弹性支撑孤立板振型对比图形

Fig. 10 Comparison diagram of V-shaped plate modes and isolated plate modes

板对主板的动力特性影响时,只考虑了刚度,而忽略了质量。这说明当 $\alpha=60^\circ$ 时,附板相当于给主板提供了一个近似固支的边界条件。再结合 V 形连接板耦合角度的参数化分析进一步说明 α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围时,附板相当于给主板提供了一个固支边界条件(主板与附板弯曲刚度相当^[20])。

在 V 形连接板主板模态发生转变时,其固有频率与附板厚度近似为正比例关系。当 V 形板耦合角度在 40° 到 90° 范围内时,附板相当于为主板提供了一个固支边界条件。因此,若 α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围内且 V 形连接板第 (m, n) 阶振型对应附板厚度为 h_a ,第 $(m, n+1)$ 阶振型对应附板厚度为 h_b ,则 V 形连接板的第 (m, n) 阶固有频率与第 $(m, n+1)$ 阶固有频率可以通过将弹性支撑孤立板的一条边设置为固支,其余边设为自由求出。通过将第 $(m, n+1)$ 阶固有频率减去 (m, n) 阶固有频率得到差值,然后用该差值除以 h_b-h_a 就可以得出模态转化过程中频率的增速。若 h_a 和 h_b 恰好是模态转化的起始和结束时的附板厚度,则利用这个规律还可以求出附板厚度区间 (h_a, h_b) 中任意附板厚度所对应的固有频率。由此得到 V 形连接板在附板厚度变化时特定模态固有频率的快速预报方法。

6 结 论

本文以 V 形连接板和孤立板为研究对象,采用有限元法计算了不同耦合角度、不同附板厚度以及不同附板长度下的固有频率与振型,分析了耦合角度、附板厚度与长度等参数对 V 形连接板动力特性与模态转换现象的影响规律,阐明了 V 形连接板动力特性的角度敏感性问题与模态转换机理。通过对比 V 形连接板模型与孤立板模型动力特性,得到了 V 形连接板边界动力等效关系,在此基础上形成了 V 形连接板部分模态对应固有频率的快速预报方法。主要结论如下:

1) 耦合角度 α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围内时, V 形连接板的固有频率不随角度 α 的变化而明显变化,附板为主板提供了近似固支的边界条件。

2) V 形连接板附板厚度增大在保持 L_y 方向模态数 m 不变的同时会增大 L_x 方向模态数 n ,固有频率随附板厚度增加单调递增;附板长度增大在保持 L_y 方向模态数 m 不变的同时会减小 L_x 方向模态数 n ,固有频率随附板长度增加单调递减。

3) V 形连接板固有频率随附板厚度增加呈阶梯状变化,主板模态转化时,固有频率随附板厚度增大而非线性提高,模态稳定时,固有频率随

附板厚度增大而线性提高。

4) 在工程中,对于 α 在 $40^\circ\sim 90^\circ$ 范围内的 V 形连接板,可以通过计算一边固支,另外三边自由边界条件下矩形板的固有频率来快速预报特定模态的固有频率。

参考文献:

- [1] 陈彦廷,于昌利,桂洪斌. 船体板和加筋板的屈曲及极限强度研究综述 [J]. 中国舰船研究, 2017, 12(1): 54-62.
CHEN Y T, YU C L, GUI H B. Research development of buckling and ultimate strength of hull plate and stiffened panel[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2017, 12(1): 54-62 (in Chinese).
- [2] 程志奎,赵晨翔. 船体结构振动分析与控制技术 [J]. 船舶物资与市场, 2022, 30(1): 58-60.
CHENG Z K, ZHAO C X. Hull structure vibration analysis and control technology[J]. Marine Equipment/Materials & Marketing, 2022, 30(1): 58-60 (in Chinese).
- [3] XIE K, XU K, DONG W J, et al. An analytic method for vibration analysis of non-uniformly coupled L-shaped plates with arbitrary boundary conditions[J]. Thin-Walled Structures, 2023, 186: 110639.
- [4] CHEN Y H, JIN G Y, ZHU M G, et al. Vibration behaviors of a box-type structure built up by plates and energy transmission through the structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(4): 849-867.
- [5] ZHANG C Y, JIN G Y, YE T G, et al. Harmonic response analysis of coupled plate structures using the dynamic stiffness method[J]. Thin-Walled Structures, 2018, 127: 402-415.
- [6] SHAO D, WANG Q S, SHUAI C J, et al. Investigation on dynamic performances of a set of composite laminated plate system under the influences of boundary and coupling conditions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 132: 721-747.
- [7] 汤冬,庞福振,王青山,等. 有限尺寸 V 型薄板功率流透射损失研究 [J]. 振动工程学报, 2016, 29(1): 112-122.
TANG D, PANG F Z, WANG Q S, et al. Research on transmission loss of power flow through a finite V-shaped plate[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(1): 112-122 (in Chinese).
- [8] MARKOSE A, RAO C L. Failure analysis of V-shaped plates under blast loading[J]. Procedia Engineering, 2017, 173: 519-525.
- [9] WANG Y, FAN J J, SHEN X, et al. Free vibration analysis of stiffened rectangular plate with cutouts using Nitsche based IGA method[J]. Thin-Walled Structures, 2022, 181: 109975.
- [10] DU Y, JIA D, LI H C, et al. A unified method to ana-

- lyze free and forced vibration of stiffened plates under various edge conditions[J]. *European Journal of Mechanics/A Solids*, 2022, 94: 104573.
- [11] SHEN Y J, HE X C, CHEN W, et al. Meshless simulation and experimental study on forced vibration of rectangular stiffened plate[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 518: 116602.
- [12] QIN X, SHEN Y J, CHEN W, et al. Bending and free vibration analyses of circular stiffened plates using the FSDT mesh-free method[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 202/203: 106498.
- [13] PENG L X, CHEN S Y, WEI D Y, et al. Static and free vibration analysis of stiffened FGM plate on elastic foundation based on physical neutral surface and MK method[J]. *Composite Structures*, 2022, 290: 115482.
- [14] TIAN W, ZHAO T, YANG Z C. Theoretical modelling and design of metamaterial stiffened plate for vibration suppression and supersonic flutter[J]. *Composite Structures*, 2022, 282: 115010.
- [15] MAJI P, ROUT M, KARMAKAR A. The thermo-elastic vibration of graphene reinforced composite stiffened plate with general boundary conditions[J]. *Structures*, 2021, 33: 99–112.
- [16] RAJAWAT A S, SHARMA A K, GEHLOT P. Free vibration analysis of Stiffened Laminated Plate using FEM[J]. *Materials Today: Proceedings*, 2018, 5(2): 5313–5321.
- [17] GAO C, PANG F Z, LI H C, et al. A semi-analytical method for the dynamic characteristics of stiffened plate with general boundary conditions[J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 178: 109513.
- [18] 邢誉峰, 刘波. 板壳自由振动的精确解 [M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- XING Y F, LIU B. Exact Solutions of Free Vibrations of Plates and Shells[M]. Beijing: Science Press, 2014 (in Chinese).
- [19] 柴玉阳, 杜绍君, 李凤明. 弹性边界约束矩形板的振动特性分析: 理论、有限元和实验 [J]. *振动工程学报*, 2022, 35(3): 577–584.
- CHAI Y Y, DU S J, LI F M. Vibration properties of rectangular plates with elastic boundary constraints: theory, finite element and experiments[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2022, 35(3): 577–584 (in Chinese).
- [20] 汤冬, 马梓铜, 张克澳, 等. 正交加筋板中板梁耦合动力特性 [J]. *中国舰船研究*, 2023, 18(4): 265–275.
- TANG D, MA Z T, ZHANG K A, et al. Dynamic coupling characteristics of the beam and plate components of the orthogonally stiffened plate[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2023, 18(4): 265–275 (in Chinese).